

## EL USO DE COMPUTADORA Y CAÑÓN PARA EL DESARROLLO DEL ENTENDIMIENTO MATEMÁTICO DE FRACCIONES EN 4º DE PRIMARIA

Iliana Miriam López Jarquín, Simón Mochón Cohen  
CINVESTAV. (México)

[kmlopez@cinvestav.mx](mailto:kmlopez@cinvestav.mx)

Campo de investigación: números racionales y proporcionalidad. Nivel educativo: básico

Palabras clave: entendimiento matemático, cambio cognitivo, interacción grupal, propuesta didáctico-tecnológica

### Resumen

En este documento se describe una investigación llevada a cabo dentro del proyecto Enseñanza de las Matemáticas con Computadora y Cañón en las aulas de Primaria (EMACC-PRIM) el cual pretende indagar los cambios que son propiciados en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas mediante el uso de una computadora y cañón en el salón de clases. La investigación se centra en el proceso de entendimiento conceptual de alumnos de 4º grado de primaria así como en la interacción establecida al realizar actividades didácticas que implican nociones de fracciones con una intervención mediador del profesor. Los resultados muestran que los alumnos adquieren imágenes visuales del contenido que guían su pensamiento, en algunos casos, a la notación de propiedades o la elaboración de generalizaciones.

### Introducción

La enseñanza de los números fraccionarios representa una de las tareas más difíciles en la educación primaria porque al estar dotados de una estructura conceptual compleja adquiere diversos significados dependiendo de la situación en donde se presente, por ello generalmente se tiende a relegar las nociones que necesitan los alumnos para darle sentido a las fracciones y se plantea prematuramente el uso del lenguaje convencional y los algoritmos.

Tal situación se retoma en la presente investigación que parte de la consideración de que la utilización de la nueva tecnología, como lo es la computadora será un recurso de apoyo para mejorar las condiciones didácticas que permitan el desarrollo de nociones de fracciones en un grupo de 4º grado ya que de acuerdo al Plan y Programas de Educación Primaria (1993), es a partir del segundo ciclo - 3º y 4º- donde se introduce este contenido. Un punto clave considerado es el desarrollo de la autonomía intelectual del estudiante reflejada en la interacción y discusión de maestro y alumnos, considerando la explicación y justificación de soluciones diferentes como un objeto de reflexión; asimismo se pone atención en la forma en que el maestro aplica y dirige las actividades diseñadas y las diversas situaciones que surjan en la clase.

Para ello se establecen las siguientes preguntas de investigación:

- ¿Cuáles son las interpretaciones cognitivas que realizan los alumnos de cuarto grado en la desarrollo de actividades didácticas de fracciones diseñadas para su uso con computadora y cañón?
- ¿Cómo influencia el trabajo grupal en un ambiente de discusión e interacción en el desarrollo conceptual de los alumnos?

### Marco Teórico

El estudio se enfoca en los siguientes aspectos que están íntimamente relacionados, ya que cada uno influencia al otro: a) los cambios cognitivos de los alumnos, b) el contenido

conceptual de las actividades y c) la interacción y discusión generada entre los estudiantes en el trabajo con la propuesta didáctico-tecnológica.

a) Para el primer aspecto el análisis se basa en las categorías del crecimiento del entendimiento matemático formuladas por Piere y Kieren (1994). Aunque los autores dan una lista de ocho niveles, se consideraron sólo los primeros cinco ya que son los que se adecuan al nivel educativo en el que se desarrolla la investigación:

I) *Conocimiento Primitivo*. Lo que los alumnos pueden hacer inicialmente. Es el punto de partida para el desarrollo de un entendimiento matemático particular, suponiendo que el concepto no ha sido previamente formado.

II) *Formando una Imagen*. Cuando el alumno hace algo para darse idea del concepto enlazando la acción. Manejo de actividades concretas.

III) *Teniendo una Imagen*. No hay necesidad de enlazar acciones concretas para identificar el concepto matemático.

IV) *Notando Propiedades*. Cuando el alumno utiliza y combina aspectos de una imagen para construir contextos específicos o propiedades relevantes.

V) *Formalizando*. Cuando el alumno abstrae un método o cualidad común. Generaliza.

b) El contenido conceptual de las actividades se sustenta en el análisis y clasificación de los números fraccionarios de Kieren (1988) quien afirma que la expresión simbólica  $a/b$  puede modelar cuatro significados o ideas matemáticas: medida, cociente, operador multiplicativo y razón, agrega un quinto significado la relación parte-todo, pero señala que éste se puede encontrar presente en los otros cuatro significados, al identificar en cada contexto la unidad y sus partes correspondientes. Asimismo menciona dos mecanismos usados en el desarrollo de los cinco significados del número racional: partición y equivalencia. La acción de partición entendida como una equidivisión de una cantidad en un número dado de partes y la equivalencia en el sentido de identidad o “de lo mismo” son centrales para la generación y la aplicación del conocimiento del número racional.

*La fracción como medida*. En la recta numérica, a la fracción  $a/b$  se le asocia un punto situado sobre ella, donde cada segmento unidad se divide en “b” partes (o en un múltiplo de b) congruentes, de las que se toma “a”.

*La fracción como cociente*. Bajo esta interpretación se asocia la fracción a la operación de dividir un número natural por otro (división indicada  $a/b$ ), o bien, dividir una cantidad en un número de partes dadas.

*La fracción como operador multiplicativo*. Bajo esta interpretación, las fracciones son vistas en el papel de transformaciones, es decir “...algo que actúa sobre una situación (estado) y modifica”. Aquí se concibe a la fracción como una sucesión de multiplicaciones y divisiones, o a la inversa.

*La fracción como razón*. En la interpretación de las fracciones como razón, la fracción aparece como razón de una proporción.

*La fracción como relación parte-todo*. La interpretación de las fracciones como relación parte-todo se produce cuando un todo se divide en partes iguales. La fracción (propia) indica la relación existente entre el todo, que recibe el nombre de unidad, y el número de partes que se consideran de dicha unidad.

Desarrollar el concepto de fracción con todas sus relaciones e interpretaciones en el ámbito escolar conlleva un proceso a largo plazo. Esto es, cuando se tenga en mente desarrollar en los alumnos secuencias de enseñanza-aprendizaje de las nociones de fracciones y sus

interpretaciones, hay que tener presente las muchas interpretaciones, y el proceso de aprendizaje a largo plazo.

c) La interacción de los estudiantes se analiza en base a algunas nociones de la teoría de Vigotsky adaptadas al ambiente escolar descritas en el trabajo de Newman, Griffin y Cole (1995) quienes centran su atención en el cambio cognitivo, considerando que desde la perspectiva de un aprendizaje mediado por la computadora se puede identificar una diversidad de interacciones educativas cuando el diseño e implementación de situaciones se realizan en y desde la perspectiva de interacciones que tienen lugar en la ZDP (zona de desarrollo próximo) y favorecen los procesos de apropiación.

Vygotsky (1978) define la Zona de Desarrollo Próximo como “la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz” ( p.86); o dicho en términos de Newman Griffin y Cole (1995), “es la situación (en la interacción entre profesor y niño) en la que pueden surgir nuevas comprensiones,...puede observarse [la ZDP] cuando dos o más personas, de experiencia desigual, realizan una tarea conjuntamente” (p.61).

Así, se considera la propuesta tecnológico-didáctica como una herramienta cultural que puede propiciar diversas interacciones en el aula a partir de las cuales se promueve el cambio cognitivo de los alumnos. Las interacciones del alumno con las actividades en la computadora, con el profesor y con sus compañeros son fundamentales dentro de la perspectiva educativa de Vygotsky. Aquí, el papel del profesor es ir descubriendo el nivel de entendimiento matemático de los alumnos e impulsarlos al siguiente nivel formando una “zona de desarrollo próximo”, caracterizándola como un espacio dinámico, en constante proceso de cambio con la propia interacción.

### **Aspectos metodológicos**

La investigación se desarrolló en dos fases. En la primera, la investigación se llevó a cabo durante los meses de abril, mayo y junio del 2005 en una escuela primaria del norte de la ciudad de México en donde el investigador lleva a cabo las actividades diseñadas en las que se implementa el experimento didáctico.

En la segunda, llevada a cabo durante los meses noviembre y diciembre del 2005 en una escuela primaria pública del oeste de la Ciudad de México, el maestro titular del grupo elegido desarrolla las actividades y el investigador toma el papel de observador. Cada una de las etapas consistió en los siguientes pasos:

- 1.- Entrevista inicial a seis alumnos en base a una guía de 6 tareas referentes a nociones de fracciones que se corresponden con las actividades didácticas que fueron presentadas en la pantalla, para la obtención de información e identificación del nivel de entendimiento matemático en el que se encuentran originariamente.

- 2.- Implementación de las sesiones de enseñanza del proyecto EMACC-PRIM. Las primeras dos sesiones con el objetivo familiarizar al estudiante con el manejo del ratón. Las otras seis sesiones consistieron en el desarrollo de actividades didácticas centradas en el tema de fracciones. Las actividades planteadas presentan una flexibilidad para realizar tareas acordes a las características del grupo, resaltando la importancia de la interacción grupal para el análisis, discusión y justificación de soluciones como estrategia para el logro de un nivel

superior de entendimiento matemático. En la segunda etapa se explicó el proyecto al maestro de grupo para que posteriormente llevara a cabo las actividades.

Cada sesión se audiograbó y fue observada por alguno de los otros integrantes del equipo del proyecto EMACC-PRIM. Asimismo se hizo un análisis después de cada sesión para reestructurar y hacer los cambios que se consideraron pertinentes de acuerdo a lo observado en el desarrollo de la clase.

3.- Entrevista final a los mismos estudiantes utilizando la guía de tareas inicial después de haber implementado el programa de actividades con la finalidad de compararla con la entrevista inicial y poder determinar las transformaciones en el nivel de entendimiento de los alumnos y el cambio cognitivo que tuvieron como consecuencia de la enseñanza.

La validación del estudio se llevó a cabo a través de la triangulación de los instrumentos metodológicos y mediante el control cruzado de observaciones realizadas por el equipo de investigadores del proyecto EMACC-PRIM en el desarrollo del tratamiento didáctico experimental.

## Resultados

Inicialmente, los alumnos mostraron algunas tendencias referentes a la conceptualización de las fracciones tales como no identificar la fracción como representación de una cantidad sino que la descomponen en los números que la integran, mantener la idea de que pueden operar con las fracciones como lo hacen con los números naturales, entre otras; asimismo se advirtió que la tarea de mayor dificultad para los alumnos fue la referida al manejo de fracciones en situaciones discretas.

Los resultados muestran cambios cognitivos de los alumnos a través de la adquisición de imágenes que guiaron su pensamiento y un incremento paulatino en el intercambio y discusión de ideas. En las entrevistas finales, los alumnos se referían a las imágenes de las actividades desarrolladas para sustentar sus respuestas.

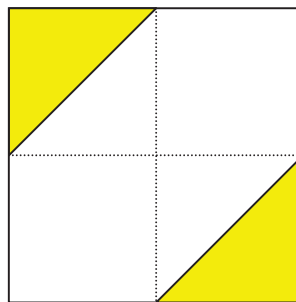


Figura 1. Diagrama de la tarea 1 para la entrevista

Un ejemplo de lo mencionado anteriormente se muestra en las respuestas a la primera tarea de la entrevista, la cual refiere al significado de la fracción como una relación parte-todo en un plano continuo (fig.1). Ian, en la entrevista inicial expresó respecto a cada una de las partes que componían el cuadrado sombreado en dos de sus octavos *“estoy pensando si es un tercio porque creo que es menor que un cuarto”* (interpretación errónea ya que le confiere el orden de los números enteros); en la entrevista final además de resolver correctamente la tarea, señaló que *“entre más grande es el número (del denominador) más chica es la cantidad”*. Esto indica un avance al nivel de Formalización.

En la entrevista inicial, Martín atendió al número de partes iluminadas, y a las que estaban en blanco que se formaban con la división auxiliar sin tomar en cuenta el tamaño de cada una de ellas *“son dos cuartos porque dos están pintados y cuartos porque cuatro están sin pintar”*. En la entrevista final ya toma en cuenta el tamaño de las partes y su relación con el entero *“es un cuarto porque si lo juntamos hace un cuadro y cada cuadro es un cuarto porque cabe cuatro veces”*, con ello se notó un avance al nivel III) Teniendo una imagen.

Gabriela, en la entrevista inicial, toma en cuenta que al designar una fracción las partes consideradas deben ser del mismo tamaño y a partir de ello hace consideraciones en relación a las partes iluminadas y a las que no lo están para definir la numeración tanto en el numerador como en el denominador, aunque la idea que tiene respecto al denominador no es correcta, por lo que se sitúa en el nivel II) Formando una imagen, esto se puede apreciar en la justificación de su respuesta *“es un tercio porque si juntamos los dos triángulos hacen un cuadrado pintado y sobran tres que no están pintados”*.

En la entrevista final, ya toma en cuenta el total de partes en que está dividida la unidad para designar el denominador, *“hay cuatro partes iguales, es un cuarto porque tiene cuatro partes y hay dos pintadas pero cada una es la mitad de cada parte y si las juntas hay una parte pintada”*, con ello se notó un avance al nivel III) Teniendo una imagen.

Durante el desarrollo de las actividades se observaron algunos procesos de la interacción entre alumnos, referidos al surgimiento de puntos de vista similares o contrastantes que fueron discutidos hasta llegar a un acuerdo en el cual los mismos alumnos validaban la estrategia considerada o argumentaban el por qué de su rechazo.

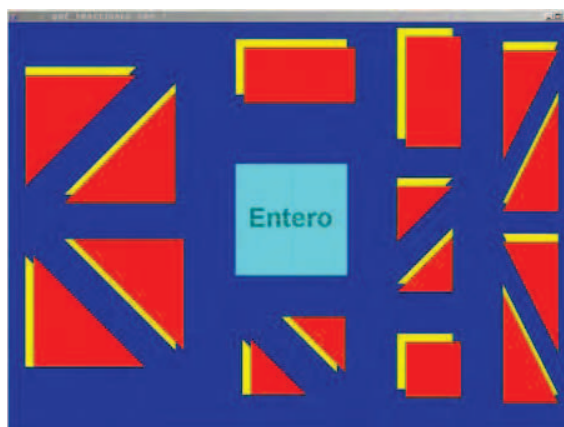


Figura 2. Pantalla “Fracciones Cuadrado”

En la pantalla “Fracciones Cuadrado” la discusión se manifestó en la noción de equivalencia y su significado, como ideas surgieron: *“es lo doble”* (refiriéndose a la cantidad en los números), *“es otra fracción pero es lo mismo”*; una vez discutido y realizando diversos casos en la pantalla, los alumnos indicaron que equivalencia era *“lo mismo pero representado con otra fracción”*. Asimismo se presentaron casos en donde diferían de la opinión de un compañero y explicaban su estrategia: *“no me resultó igual que a Fernando porque él dice que falta  $\frac{1}{4}$  y yo creo que falta  $\frac{1}{8}$  porque solo está el hueco de un triángulito y para que fuera  $\frac{1}{4}$  tendrían que ser 2 triángulitos o un cuadro”*.

## Conclusiones

Con lo anterior se puede apreciar que las dificultades que los alumnos presentan al enfrentarse a las fracciones en el ámbito escolar se refieren generalmente a la aplicación de su conocimiento existente de los números enteros, a la determinación incorrecta de la unidad de referencia y a la predominancia de modelos continuos en la enseñanza de las fracciones.

La puesta en marcha de la propuesta didáctica representó un escenario favorable donde se manifestaron las estrategias realizadas por los alumnos al tratar de dar sentido y significado a la noción de fracción que se planteó en cada una de las pantallas.

Los alumnos se vieron en la necesidad de recurrir a elementos concretos como fuente para la construcción del entendimiento matemático, así el apoyo visual que representan las actividades desarrolladas en la pantalla, resultó una herramienta significativa para el entendimiento matemático de los conceptos de fracciones trabajados ya que permitió a los alumnos hacer representaciones mentales de ellos. Con ello, se advirtió que los alumnos enriquecieron sus ideas conceptuales modificándolas o sustituyéndolas.

Por las características y naturaleza de las actividades diseñadas en la propuesta, éstas fueron atractivas y novedosas para los alumnos, de acuerdo a sus opiniones y forma de trabajo, el uso de la computadora y cañón les pareció un recurso más atractivo que el uso exclusivo del libro o del pizarrón ya que posibilitó la exploración de casos diversos haciendo los movimientos requeridos en el desarrollo de sus procedimientos dada la ventaja de arrastrar figuras para añadir o suprimir elementos o superponerlos en la comprobación del número de veces que determinada fracción cabía en el entero.

Una consideración importante de este método de enseñanza es que ayuda al maestro a poner más atención en el proceso de pensamiento de sus alumnos. Se obtuvo evidencia de que se puede llegar a buenos resultados si se sigue una secuencia didáctica congruente con los propósitos de la propuesta que incluya distintas formas de intervención de los miembros del grupo tales como la discusión a nivel colectivo en donde los alumnos expongan y defiendan sus puntos de vista y validen mediante argumentaciones las respuestas de sus compañeros, la consideración de lo que los alumnos dicen para hacer reformulaciones que enriquezcan el tema, el planteamiento de nuevos problemas por parte de los alumnos y en general involucrarse en la reflexión del quehacer educativo para fomentar el desarrollo del entendimiento matemático en los alumnos.

## Referencias bibliográficas

- Kieren, T. (1988). Personal knowledge of rational numbers: Its intuitive and formal development. En J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number-concepts and operations in the middle grades* (pp. 53-92). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Newman, D., Griffin, P. & Cole, M. (1995). Capítulo IV. Conceptos para analizar el cambio cognitivo. *La zona de construcción del conocimiento*, Morata, Madrid. 76-90
- Pirie, S. y Kieren, T. (1994). Growth in mathematical understanding: How can we characterize it and How can we represent it? *Educational Studies in Mathematics*, 26, 165-190
- Secretaría de Educación Pública (1993). Plan y programas de estudio. Educación Básica. Primaria. México: SEP.
- Vygotsky, L. S. (1978) *Mind and Society: The development of higher psychological processes* (pp. 79-119). Cambridge, MA. Harvard University Press.